



MODELISATION ET SIMULATION DE PUIITS GÉOTHERMIQUES EN SERIE POUR STOCKAGE SAISONNIER

Corentin Lecomte, Michel Bernier

Département de génie mécanique

Polytechnique Montréal

Montréal, Québec, Canada

corentin.lecomte@polymtl.ca, michel.bernier@polymtl.ca

RÉSUMÉ

Dans un champ de puits géothermique, il est établi qu'une stratification de la température dans le stockage permet de diminuer les pertes thermiques et d'augmenter la température au centre du champ. Pour réaliser une telle stratification, les puits sont généralement alimentés en série, du centre vers la périphérie en stockage et de la périphérie vers le centre en déstockage.

La présente étude a pour objectif de combler certaines lacunes des modèles de stockage par puits géothermiques traditionnels tels le modèle DST (Duct ground heat Storage). Ainsi, le modèle proposé permet à l'utilisateur de choisir les positions et l'ordre d'alimentation des puits. De plus, il permet de modéliser des puits à quatre tuyaux (2 tubes en U) alimentés par deux circuits indépendants. Cet atout du modèle permet de modéliser un champ de puits opérant simultanément en mode stockage et déstockage. Le modèle permet également de déterminer la température en tout point du volume de stockage.

L'article passe en revue les équations de base et la méthodologie de résolution des équations, et présente des cas de validations inter-modèle.

INTRODUCTION

Dans les communautés solaires comme celle de Drake Landing (Sibbit et al., 2011), le stockage saisonnier d'énergie thermique est effectué grâce à des champs de puits géothermiques. Afin de limiter les pertes thermiques du stockage et d'augmenter la température, il est courant d'avoir recours à une stratification thermique radiale, en accumulant la chaleur au centre du stockage.

La stratification radiale est obtenue en disposant les puits en série. Ainsi, en mode de chargement, le fluide caloporteur chaud circule du centre du stockage vers la périphérie. Inversement, le fluide froid circule de la périphérie vers le centre en mode de déstockage. Il est possible de réaliser ce stockage/déstockage de plusieurs façons. Ainsi pour la communauté solaire de Drake Landing, les puits géothermiques sont munis d'un seul

tuyau en U et les 144 puits sont divisés en 24 circuits de 6 puits en série. Dans cette configuration, le sens de circulation du fluide est inversé en fonction du mode utilisé. Le stockage/déstockage simultané n'est donc pas possible. Une configuration qui permet le stockage/déstockage simultané est celle proposée par Eslami-nejad et Bernier (2011) qui repose sur l'utilisation de puits à 4 tuyaux et 2 circuits indépendants.

Un des modèles les plus utilisés pour simuler le stockage thermique saisonnier par puits géothermiques est le modèle DST originalement développé par Hellström (1989). Bien que ce modèle donne de bons résultats (Sibbit et al., 2011), il souffre de quelques lacunes. Le modèle DST peut être considéré comme étant un modèle 3D avec superposition des solutions locale (au niveau du puits) et globale (au niveau du champs). Le modèle DST ne permet pas de choisir la géométrie du champ et le placement des puits est automatiquement déterminé selon une géométrie axisymétrique. De plus, ce modèle ne permet pas de calculer la température au sein du stockage en un nœud donné. Le modèle DST a été modifié par Chapuis (2009) pour prendre en compte la configuration à quatre tuyaux décrite précédemment. Cependant, cette approche néglige l'interaction thermique entre les quatre tuyaux à l'intérieur du puits (Verstraete, 2013).

Chapuis (2009) a également développé un modèle nommé Type 272, celui-ci laisse le choix de l'emplacement des puits à l'utilisateur et permet de simuler un champ de puits doté de deux circuits indépendants.

Le modèle de Cui et al. (2015) propose une méthode plus précise que celle proposée par Chapuis (2009), mais se limite à la simulation de puits à un seul tube en U. Dans les modèles de Chapuis (2009) et Cui et al. (2015), la méthode de résolution repose sur un processus itératif qui engendre des temps de calculs relativement longs.

Marcotte et Pasquier (2014) proposent une méthode pour évaluer les facteurs de réponse thermique unitaires

pour un champ de puits géothermiques, quelle que soit la configuration : série, parallèle ou mixte. L'approche est basée sur un calcul matriciel des contributions thermiques relatives entre chaque puits du système, prenant en compte l'historique des charges thermiques des différents puits.

Le modèle proposé dans cet article permet de simuler des champs de puits géothermiques disposés au choix de l'utilisateur et reliés en série avec un ou deux circuits indépendants. De plus, le modèle permet d'évaluer la température en tout point du champ permettant ainsi de tracer les isothermes du champ à un instant donné. Une des particularités de la méthode proposée est que les équations de base sont déterminées de façon à former un système linéaire que l'on résout matriciellement (et non par processus itératif comme dans le cas des travaux de Chapuis (2009)) avec comme objectif de déterminer le taux de transfert de chaleur avec le sol pour chaque puits, ainsi que les températures de sortie de chaque puits.

L'article est divisé en trois sections représentant autant de variations du modèle proposé. Le cas de deux puits en série est d'abord introduit avant d'être généralisé à n_B puits en série. Ensuite, la méthode est adaptée à la simulation de n_B puits doubles (deux circuits indépendants et quatre tuyaux par puits). Chaque section présente d'abord la méthodologie suivie d'une validation inter-modèle. L'acronyme NBiS (Network of Borehole in Series) est utilisé pour désigner le modèle. Il se décline en deux sous-modèles : NBiS⁽²⁾ et NBiS⁽⁴⁾ désignant, respectivement, les cas où les puits sont munis de deux et quatre tuyaux.

DEUX Puits EN SÉRIE

Méthodologie

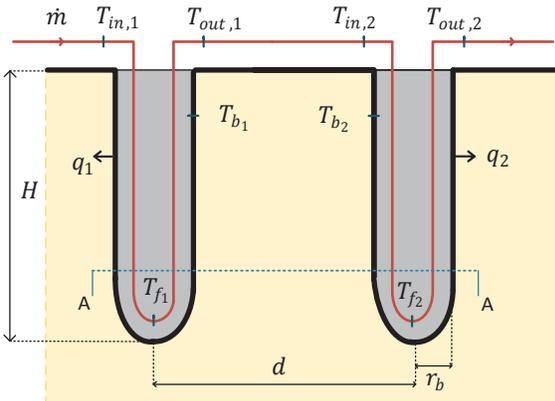


Figure 1: Schéma du problème à deux puits en série

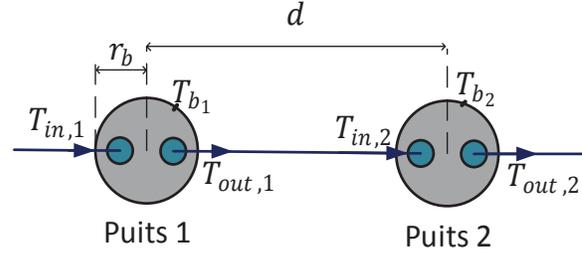


Figure 2 : Coupe A-A de la Figure 1

Les équations de base du modèle pour deux puits en série, NBiS⁽²⁾, sont présentées dans cette section. La géométrie étudiée est montrée schématiquement sur les Figures 1 et 2. Les distances r_b et d représentent respectivement le rayon des puits et la distance entre les deux puits. L'objectif est de déterminer le taux de transfert de chaleur par unité de longueur pour chaque puits, q_1 et q_2 , ainsi que la température du fluide à la sortie du réseau, $T_{out,2}$.

Les paramètres d'entrée du modèle sont les propriétés du sol, la géométrie des puits, la température d'entrée du réseau, $T_{in} = T_{in,1}$, et le débit de fluide caloporteur \dot{m} .

Le transfert thermique dans les tuyaux horizontaux est négligé et donc $T_{in,2} = T_{out,1}$. De plus, la température du fluide au sein d'un puits, T_f , est supposée constante sur la hauteur du puits et égale à $T_f = (T_{in} + T_{out})/2$. Les calculs sont effectués au temps t_m , ainsi les inconnues seront notées dans les équations sans mention du temps t_m .

D'après un bilan d'énergie sur chacun des puits, les deux équations suivantes, notées E_1 et E_2 , sont établies :

$$(E_1) \quad q_1 = \frac{\dot{m}C_{pf}}{H} (T_{in,1} - T_{out,1}) \quad (1.1)$$

$$(E_2) \quad q_2 = \frac{\dot{m}C_{pf}}{H} (T_{out,1} - T_{out,2}) \quad (1.2)$$

La résistance thermique équivalente à la paroi du puits, est notée R_b . Elle permet d'établir un lien entre la température moyenne du fluide T_f et la température de paroi T_b d'un même puits, d'où les équations suivantes :

$$T_{f1} = (T_{in,1} + T_{out,1})/2 = T_{b1} + q_1 R_b \quad (1.3)$$

$$T_{f2} = (T_{out,1} + T_{out,2})/2 = T_{b2} + q_2 R_b \quad (1.4)$$

La variation de température induite par la charge thermique des puits est évaluée grâce au facteur de réponse thermique identifié ici par la lettre h . Tel que montré à l'Annexe A, le facteur de réponse thermique



peut être évalué selon trois méthodes : Source linéique finie, source cylindrique infinie, et source linéique infinie.

En appliquant le principe de superposition spatiale pour évaluer l'influence thermique entre les puits, et le principe de superposition temporelle pour tenir compte de l'influence des charges calculées aux pas de temps précédents, ceci permet d'établir les équations suivantes :

$$T_{b_1} - T_g = \Delta T_1 = \sum_{k=1}^m [q'_1(t_k)h(t_m - t_{k-1}, r_b) + q'_2(t_k)h(t_m - t_{k-1}, d)] \quad (1.5)$$

$$T_{b_2} - T_g = \Delta T_2 = \sum_{k=1}^m [q'_2(t_k)h(t_m - t_{k-1}, r_b) + q'_1(t_k)h(t_m - t_{k-1}, d)] \quad (1.6)$$

où T_g est la température moyenne du sol non perturbé.

$t_k = k\Delta t$, Δt est le pas de temps de la simulation et $t = t_m = m\Delta t$ est le temps auquel les calculs sont réalisés, ainsi $t_m - t_{m-1} = \Delta t$.

Pour $j = 1$ ou 2 , $q'_j(t_k) = q_j(t_k) - q_j(t_{k-1})$, ainsi $q'_j(t_1) = q_j(t_1)$ car $q_j(t_0) = q_j(0) = 0$.

Les inconnues q_1 et q_2 au temps t_m et les charges connues des pas de temps précédents sont séparées :

$$T_{b_1} = T_g + \Delta T_1^* + q_1 h(\Delta t, r_b) + q_2 h(\Delta t, d) \quad (1.7)$$

$$T_{b_2} = T_g + \Delta T_2^* + q_2 h(\Delta t, r_b) + q_1 h(\Delta t, d) \quad (1.8)$$

où $\Delta T_1^* = \Delta T_{1 \rightarrow 1}^* + \Delta T_{2 \rightarrow 1}^*$, $\Delta T_2^* = \Delta T_{1 \rightarrow 2}^* + \Delta T_{2 \rightarrow 2}^*$ et

$$\Delta T_{1 \rightarrow 1}^* = \sum_{k=1}^{m-1} [q_1'(t_k)h(t_m - t_{k-1}, r_b)] - q_1(t_{m-1})h(\Delta t, r_b)$$

$$\Delta T_{2 \rightarrow 1}^* = \sum_{k=1}^{m-1} [q_2'(t_k)h(t_m - t_{k-1}, d)] - q_2(t_{m-1})h(\Delta t, d)$$

$$\Delta T_{1 \rightarrow 2}^* = \sum_{k=1}^{m-1} [q_1'(t_k)h(t_m - t_{k-1}, d)] - q_1(t_{m-1})h(\Delta t, d)$$

$$\Delta T_{2 \rightarrow 2}^* = \sum_{k=1}^{m-1} [q_2'(t_k)h(t_m - t_{k-1}, r_b)] - q_2(t_{m-1})h(\Delta t, r_b)$$

Ces derniers termes permettent d'exprimer l'interférence thermique entre les puits. Les équations s'écrivent finalement :

$$(E_3) \quad \frac{T_{in,1} + T_{out,1}}{2} = T_g + \Delta T_1^* + q_1(h(\Delta t, r_b) + R_b) + q_2 h(\Delta t, d) \quad (1.9)$$

$$(E_4) \quad \frac{T_{out,1} + T_{out,2}}{2} = T_g + \Delta T_2^* + q_2(h(\Delta t, r_b) + R_b) + q_1 h(\Delta t, d) \quad (1.10)$$

En utilisant les termes suivants :

$$a = \frac{m c_{pf}}{H}, \quad h_{r_b} = h(\Delta t, r_b), \quad h_d = h(\Delta t, d)$$

les équations s'écrivent comme suit (avec $T_{in} = T_{in,1}$):

$$(E_1) \quad a T_{out,1} + q_1 = a T_{in} \quad (1.11.1)$$

$$(E_2) \quad a(T_{out,2} - T_{out,1}) + q_2 = 0 \quad (1.11.2)$$

$$(E_3) \quad -\frac{T_{out,1}}{2} + q_1(R_b + h_{r_b}) + q_2 h_d = \frac{T_{in}}{2} - T_g - \Delta T_1^* \quad (1.11.3)$$

$$(E_4) \quad -\frac{T_{out,1}}{2} - \frac{T_{out,2}}{2} + q_1 h_d + q_2(R_b + h_{r_b}) = -T_g - \Delta T_2^* \quad (1.11.4)$$

Les équations E_1 à E_4 peuvent être réécrites sous forme matricielle, $AX = B$ où

$$X = \begin{pmatrix} T_{out,1} \\ T_{out,2} \\ q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} a T_{in} \\ 0 \\ \frac{T_{in}}{2} - T_g - \Delta T_1^* \\ -T_g - \Delta T_2^* \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 & 0 \\ -a & a & 0 & 1 \\ -1/2 & 0 & R_b + h_{r_b} & h_d \\ -1/2 & -1/2 & h_d & R_b + h_{r_b} \end{pmatrix}$$

Finalement, le système est résolu matriciellement pour obtenir X (décomposition LU ou inversion de A). La valeur de la température de sortie pour le réseau global est $T_{out,2} = X_2(t_m)$. Les valeurs de q pour les deux puits sont $q_1 = X_3(t_m)$ et $q_2 = X_4(t_m)$.

Validation inter-modèle

Dans cette section, le modèle NBiS⁽²⁾ est comparé au modèle DST (Hellström, 1989) pour un cas relativement simple où deux puits sont alimentés en série (voir Figure 1). Le débit \dot{m} et la température T_{in} sont constants. Les caractéristiques des puits et les conditions du sol sont détaillées au Tableau 1.

Tableau 1: Caractéristiques des puits et conditions du sol

H	100 m	α	0.05 m ² /jour
r_b	0.075 m	R_b	0.13 mK/W
d	2.5 m	k_s	1 W/mK
T_g	10 °C	C_{pf}	4.18 kJ/kgK
T_{in}	20 °C	\dot{m}	300 kg/hr

Chaque modèle utilise un pas de temps de 0.1 h. Les résultats de cette comparaison sont montrés pour un temps final $t_f = 1000$ h dans la Figure 3.

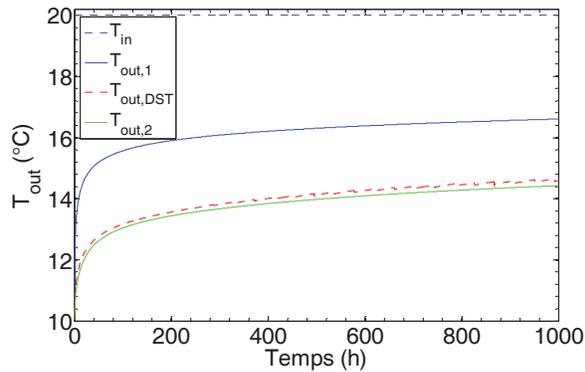


Figure 3 : Comparaison entre les modèles NBiS⁽²⁾ et DST

Sur cette figure, il apparaît que pour le DST et pour le NBiS⁽²⁾, la température de sortie du réseau évolue entre 10°C (température du sol non perturbé) et 14.5 °C. Selon le modèle NBiS⁽²⁾, la température de sortie du premier puits varie entre 10°C et 16.5 °C.

Les résultats de la Figure 3 montrent que la température à la sortie des deux puits évolue rapidement au début puis se stabilise. Les températures à la sortie du deuxième puits calculées par les deux modèles suivent une même tendance. La différence entre ces deux températures est relativement faible. Elle est de 0.22 °C à $t = 10$ h et 0.14 °C à $t = 1000$ h. Sur l'ensemble de la Figure 3, la différence moyenne est de 0.17 °C soit une

erreur relative inférieure à 3% du différentiel de température entre l'entrée et la sortie.

Cette différence entre les deux modèles est due au fait que les approches de modélisation sont complètement différentes. Le modèle DST permet de modéliser le transfert de chaleur tri-dimensionnel de façon numérique alors que le modèle proposé ici est un modèle 2-D analytique qui ne considère pas les variations axiales sur la hauteur des puits.

Le modèle NBiS⁽²⁾ permet d'évaluer la température de sortie ainsi que les taux de transfert de chaleur pour chaque puits alors que le modèle DST ne donne que la température à la sortie du deuxième puits. Pour fin de référence, le Tableau 2 présente des valeurs ponctuelles issues du modèle NBiS⁽²⁾ pour $t = 10$ h. Il est à remarquer que les taux de transfert de chaleur par unité de longueur sont très différents. Ainsi le puits #1 avec $q_1 = 20.7$ W/m est beaucoup plus efficace thermiquement que le puits #2 avec $q_2 = 8.8$ W/m. C'est une caractéristique importante des puits en série qui peut être calculé par le modèle proposé mais non par le modèle DST.

Tableau 2. Résultats issus du modèle NBiS⁽²⁾ à $t = 10$ h

$T_{out,1}$	14.06 °C	q_1	20.7 W/m
$T_{out,2}$	11.54 °C	q_2	8.8 W/m

CAS GÉNÉRAL DE n_B PUIITS EN SÉRIE

Méthodologie

A partir du cas de deux puits en série et en utilisant les mêmes hypothèses, il est possible de généraliser pour le cas de n_B de puits en série. En négligeant les pertes thermiques dans les conduites horizontales, l'assertion suivante est vérifiée :

$$\forall i \mid 2 \leq i \leq n_B, \quad T_{in,i} = T_{out,i-1}$$

Le système de $4n_B$ équations à $4n_B$ inconnues résultant est donné par:

$$(E_1) \quad aT_{out,1} + q_1 = aT_{in} \quad (2.1.1)$$

$$(E_i) \quad a(T_{out,i} - T_{out,i-1}) + q_i = 0 \quad (2.1.2)$$



$$(E_{n_B+1}) \quad -\frac{T_{out,1}}{2} + q_1 R_b + \sum_{j=1}^{n_B} q_j H_{1,j}^{(n_B)} = \frac{T_{in}}{2} - T_g - \Delta T_1^* \quad (2.1.3)$$

$$(E_{n_B+i}) \quad -\frac{T_{out,i-1} + T_{out,i}}{2} + q_i R_b + \sum_{j=1}^{n_B} q_j H_{i,j}^{(n_B)} = -T_g - \Delta T_i^* \quad (2.1.4)$$

Avec $H^{(n_B)}$ la matrice de taille $n_B \times n_B$ qui a pour coefficient (i,j) le facteur de réponse thermique correspondant au pas de temps de la simulation, $h(\Delta t, d_{i,j})$, $d_{i,j}$ étant la distance entre deux puits i et j et $d_{i,i}$ le rayon r_b d'un puits. Ce facteur de réponse thermique permet d'évaluer l'influence thermique entre les puits i et j entre les temps t_{m-1} et t_m .

La superposition temporelle est utilisée pour calculer l'influence thermique des charges aux pas de temps antérieurs, le terme $\Delta T_{j \rightarrow i}^*$ traduit l'influence de l'historique des charges des puits j sur la température de paroi du puits i .

$$\forall (i,j) | 1 \leq i,j \leq n_B,$$

$$\Delta T_{j \rightarrow i}^* = \sum_{k=1}^m q_j(t_k) h(t_m - t_{k-1}, d_{i,j})$$

Puis le principe de superposition spatiale est appliqué pour calculer l'influence de l'ensemble de l'historique des charges sur le puits i .

$$\Delta T_i^* = \sum_{j=1}^{n_B} \Delta T_{j \rightarrow i}^*$$

Soient 0_n et I_n les matrices zéro et identité de taille n , avec la notation présentée dans l'Annexe C, l'équation matricielle du système est $AX = B$ où :

$$X = \begin{pmatrix} T_{out,1} \\ \vdots \\ T_{out,n_B} \\ q_1 \\ \vdots \\ q_{n_B} \end{pmatrix}_{2n_B} \quad \text{et} \quad B = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix}_{2n_B}$$

$$A = \begin{pmatrix} A_{1,1}^{(n_B)}(a) & A_{1,2}^{(n_B)} \\ A_{2,1}^{(n_B)} & A_{2,2}^{(n_B)}(R_b) \end{pmatrix}_{2n_B, 2n_B} \quad \text{où}$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} aT_{in} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}_{n_B} \quad \text{et} \quad B_2 = \begin{pmatrix} \frac{T_{in}}{2} - T_g - \Delta T_1^* \\ -T_g - \Delta T_2^* \\ \vdots \\ -T_g - \Delta T_{n_B}^* \end{pmatrix}_{n_B}$$

$$A_{1,1}^{(n_B)}(a) = \begin{pmatrix} a & 0 & \dots & 0 \\ -a & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & -a & a \end{pmatrix}_{n_B, n_B}, \quad A_{1,2}^{(n_B)} = I_{n_B},$$

$$A_{2,1}^{(n_B)} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}_{n_B, n_B}$$

$$A_{2,2}^{(n_B)}(R_b) = H^{(n_B)} + R_b \times I_{n_B}$$

Dans le cas $n_B = 2$, le système d'équations se résume à :

$$B_1 = \begin{pmatrix} aT_{in} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B_2 = \begin{pmatrix} \frac{T_{in}}{2} - T_g - \Delta T_1^* \\ -T_g - \Delta T_2^* \end{pmatrix}$$

$$A_{1,1}^{(2)}(a) = \begin{pmatrix} a & 0 \\ -a & a \end{pmatrix}, \quad A_{1,2}^{(2)} = I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_{2,1}^{(2)} = \begin{pmatrix} -1/2 & 0 \\ -1/2 & -1/2 \end{pmatrix}, \quad A_{2,2}^{(2)}(R_b) = \begin{pmatrix} h_{r_b} & h_d \\ h_d & h_{r_b} \end{pmatrix} + R_b I_2$$

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 & 0 \\ -a & a & 0 & 1 \\ -1/2 & 0 & R_b + h_{r_b} & h_d \\ -1/2 & -1/2 & h_d & R_b + h_{r_b} \end{pmatrix}$$

$$\text{et} \quad X = \begin{pmatrix} T_{out,1} \\ T_{out,2} \\ q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}, \quad \text{soit la solution obtenue pour le cas de}$$

deux puits en série. La méthode de résolution du système est identique au cas pour deux puits en série, avec $T_{out} = X_{n_B}(t_m)$. Les valeurs de q pour les puits sont $q_j = X_{n_B+j}(t_m)$.

Validation inter-modèle

Le modèle NBiS⁽²⁾ est comparé au Type 272 de Chapuis (2009). L'agencement des puits étudié est montré dans la Figure 4. Il s'agit de $n_B = 9$ puits alimentés en série sur trois rangées de trois puits. La distance entre 2 puits

adjacents est de 0.25 m. Les paramètres du Tableau 1 sont conservés.

Les températures de sortie $T_{out,3}$ et $T_{out}(= T_{out,9})$ issues du modèle NBiS⁽²⁾ et du Type 272 sont comparées dans la Figure 5 pour $t_f = 1000$ h. Chaque modèle utilise un pas de temps de 0.1 h.

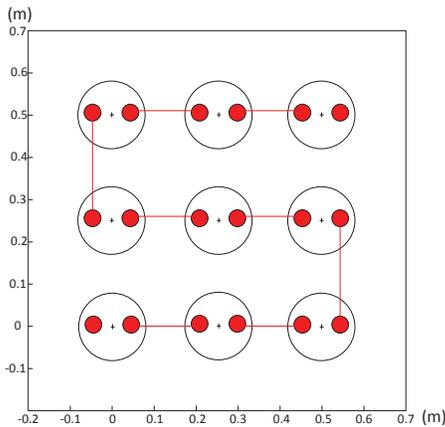


Figure 4 : Disposition des puits utilisée pour le cas de validation

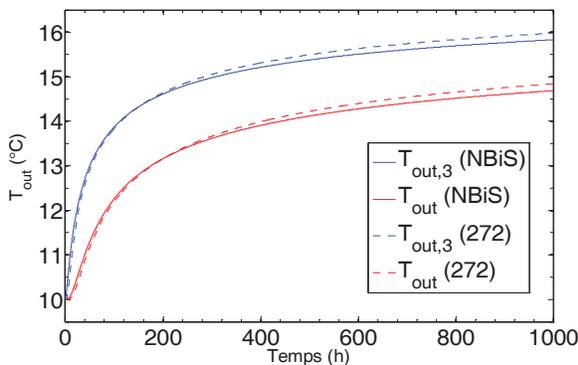


Figure 5 : Comparaison entre le NBiS et le Type 272

L'accord entre les deux modèles est relativement bon. La différence moyenne sur la valeur des températures de sortie est comprise entre 0.12 °C pour $T_{out,3}$ et 0.11 °C pour T_{out} . Ceci représente une erreur relative inférieure à 2% sur le différentiel de température entrée/sortie. Ceci n'est pas étonnant puisque les deux modèles utilisent essentiellement les mêmes équations de modélisation. La différence entre les deux modèles réside dans la façon dont les équations sont résolues ainsi que dans la méthode d'agrégation des charges. En effet, le modèle NBiS utilise la méthode de Liu (2005) pour l'agrégation des charges tandis que le Type 272 utilise la méthode MLAA de Bernier et al. (2004). Les

deux méthodes d'agrégation des charges sont explicitées dans les articles sus-cités et le lecteur pourra remarquer les différences liées.

CAS GÉNÉRAL DE n_B PUIITS À 4 TUYAUX ET 2 CIRCUITS INDÉPENDANTS

La méthode NBiS peut être adaptée pour simuler des réseaux de puits à 4 tuyaux et 2 circuits indépendants (méthode NBiS⁽⁴⁾) tel que montré à la Figure 6.

Méthodologie

Le concept utilisé consiste à représenter chacun des 4 tuyaux d'un même puits à l'aide de la méthode vue précédemment. Chacun des 4 tuyaux représente donc un puits. L'influence du coulis n'est pas considérée. Ainsi, l'espace entre les tuyaux a les mêmes propriétés que le sol avoisinant. L'utilisateur détermine les positions des centres des puits à 4 tuyaux qu'il souhaite mettre en place dans sa configuration de champ géothermique. L'ordre dans lequel le fluide parcourt les puits est déterminé selon l'ordre d'écriture des coordonnées des centres des puits.

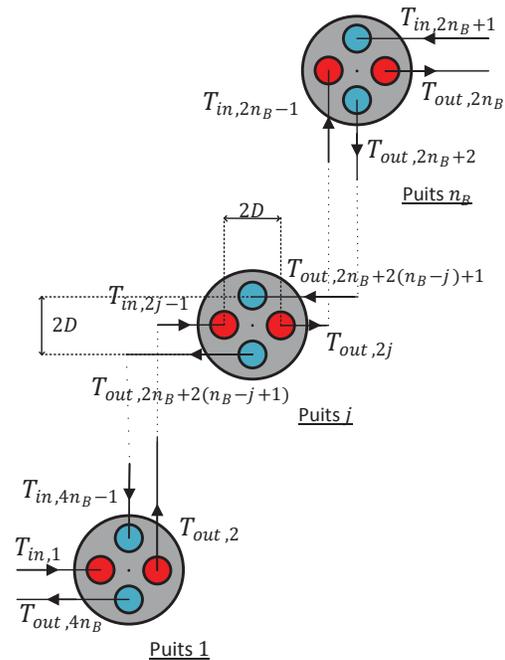


Figure 6 : Circuit de puits à 4 tuyaux et 2 circuits

À partir de ces coordonnées, de la valeur de la demi-distance centre à centre des puits D et des rayons internes r_i et externes r_o des tuyaux, le modèle NBiS⁽⁴⁾ crée 4 puits équivalents qui représentent chacun un tuyau. Pour le circuit 1 (charge), le sens de circulation du fluide sera

dans l'ordre dans lequel l'utilisateur a écrit les coordonnées des centres des puits. Pour le circuit 2 (décharge), le fluide circule dans le sens inverse. La Figure 6 représente un tel montage.

Avec un nombre n_B de puits à 4 tuyaux, il y a au total un nombre $4n_B$ de puits équivalents. Les $2n_B$ premiers puits représentent le circuit de charge tandis que les $2n_B$ derniers puits représentent le circuit de décharge.

Les températures globales des réseaux sont $T_{in}^{(1)} = T_{in,1}$ et $T_{in}^{(2)} = T_{in,2n_B+1}$ en entrée ainsi que $T_{out}^{(1)} = T_{out,2n_B}$ et $T_{out}^{(2)} = T_{out,4n_B}$ en sortie. Pour chaque puits équivalent, la résistance du puits est la résistance conducto-convective du tuyau $R_{fp}(= R_f + R_p)$ où R_f est la résistance thermique de convection du fluide à l'intérieur du tuyau et R_p est la résistance thermique en conduction du tuyau.

Le système d'équations résultant est donné à l'Annexe B (Équations B.1.1 à B.1.8). L'équation matricielle est $AX = B$ avec :

$$X = \begin{pmatrix} T_{out,1} \\ \vdots \\ T_{out,4n_B} \\ q_1 \\ \vdots \\ q_{4n_B} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} M_{1,1}^{(4n_B)}(a_1, a_2) & M_{1,2}^{(4n_B)} \\ M_{2,1}^{(4n_B)} & M_{2,2}^{(4n_B)}(R_{b_1}, R_{b_2}) \end{pmatrix}_{8n_B, 8n_B}$$

où $B_1 = \begin{pmatrix} a_1 T_{in}^{(1)} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}_{2n_B}, B_2 = \begin{pmatrix} a_2 T_{in}^{(2)} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}_{2n_B},$

$$B_3 = \begin{pmatrix} \frac{T_{in}^{(1)}}{2} - T_g - \Delta T_1^* \\ -T_g - \Delta T_2^* \\ \vdots \\ -T_g - \Delta T_i^* \\ \vdots \end{pmatrix}_{2n_B}$$

$$B_4 = \begin{pmatrix} \frac{T_{in}^{(2)}}{2} - T_g - \Delta T_{b_{2n_B+1}}^* \\ -T_g - \Delta T_{2n_B+2}^* \\ \vdots \\ -T_g - \Delta T_{2n_B+i}^* \\ \vdots \end{pmatrix}_{2n_B}$$

$$M_{1,1}^{(4n_B)}(a_1, a_2) = \begin{pmatrix} A_{1,1}^{(2n_B)}(a_1) & 0_{2n_B} \\ 0_{2n_B} & A_{1,1}^{(2n_B)}(a_2) \end{pmatrix}_{4n_B, 4n_B}$$

$$M_{1,2}^{(4n_B)} = I_{4n_B}$$

$$M_{2,1}^{(4n_B)} = \begin{pmatrix} A_{2,1}^{(2n_B)} & 0_{2n_B} \\ 0_{2n_B} & A_{2,1}^{(2n_B)} \end{pmatrix}_{4n_B, 4n_B}$$

$$M_{2,2}^{(4n_B)}(R_{b_1}, R_{b_2}) = H^{(4n_B)} + \begin{pmatrix} R_{b_1} I_{2n_B} & 0_{2n_B} \\ 0_{2n_B} & R_{b_2} I_{2n_B} \end{pmatrix}_{4n_B, 4n_B}$$

$H^{(4n_B)}$ est la matrice de taille $4n_B \times 4n_B$ qui a pour coefficient (i, j) le facteur de réponse thermique correspondant au pas de temps de la simulation, $h(\Delta t, d_{i,j})$. De plus, $a_1 = \dot{m}_1 C_{pf}/H$ et $a_2 = \dot{m}_2 C_{pf}/H$ où \dot{m}_1 et \dot{m}_2 sont les débits de fluide dans le circuit de charge et de décharge, respectivement. Finalement, R_{b_1} et R_{b_2} sont les résistances thermiques équivalentes pour chaque circuit du réseau ($= R_{fp}$). Cette résistance thermique est fonction du débit par l'intermédiaire du terme R_f .

La résolution du système permet d'évaluer $T_{out}^{(1)} = X_{2n_B}(t_m)$ et $T_{out}^{(2)} = X_{4n_B}(t_m)$. Les valeurs de q pour les puits sont $q_j = X_{4n_B+j}(t_m), 1 \leq j \leq 4n_B$.

Validation inter-modèle

L'inspiration de cet essai de validation provient d'une installation de stockage thermique par puits géothermique (Vang Jensen, 2013). La configuration de ce champ de 48 puits (plus un collecteur central) est montrée à la Figure 7. Elle est constituée de 8 branches de 6 puits en série de façon à favoriser la stratification radiale. La série de 6 puits montrée à la Figure 7 est simulée à l'aide du modèle NBIS⁽⁴⁾ et du Type 272.

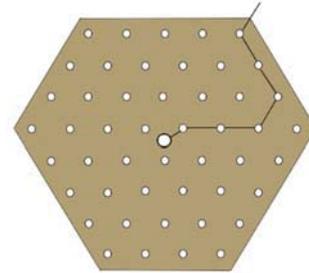


Figure 7 : Stockage par puits géothermique

Les données du Tableau 1 sur les propriétés du sol sont conservées ainsi que la profondeur des puits. Les autres données pertinentes aux deux circuits sont détaillées au Tableau 3. Les rayons des puits sont modifiés et

correspondent au rayon externe r_o des tuyaux. Les valeurs de résistance thermique des tuyaux R_{b_1} et R_{b_2} sont calculées par un modèle conducto-convectif et dépendent des dimensions des tuyaux, des propriétés du fluide caloporteur et de son débit massique.

Tableau 3 : Paramètres de la validation

$T_{in}^{(1)}$	40 °C	\dot{m}_1	500 kg/h
$T_{in}^{(2)}$	5 °C	\dot{m}_2	500 kg/h
r_o	0.016 m	R_b	0.088 mK/W

La Figure 8 présente un aperçu de la branche du circuit de puits simulée par le modèle NBiS⁽⁴⁾. Dans ce cas-ci, le collecteur central est remplacé par un puits formant ainsi 7 puits en série. De plus, le circuit de charge (en rouge) va du centre vers la périphérie et le circuit de décharge (en bleu) de la périphérie vers le centre.

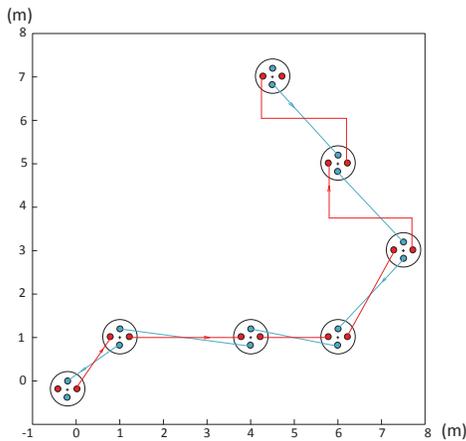


Figure 8 : Circuit de puits à 4 tuyaux avec deux circuits indépendants

Ce circuit est simulé durant un temps $t_f = 10000$ h avec un pas de temps $\Delta t = 100$ h.

À l'issue de ce test, il est possible de calculer la température en tout point du domaine. Ainsi un maillage de 10×10 points est employé afin de tracer les isothermes du stockage. Le calcul de la température du sol en ces nœuds est similaire au calcul des températures T_{b_i} . En effet, pour un nœud (*node*), la température T_{node} se calcule selon les équations suivantes :

$$T_{node} = T_g + \sum_{i=1}^{n_B} \Delta T_{i \rightarrow node} \quad (3.1.1)$$

$$\Delta T_{i \rightarrow node} = \sum_{k=1}^m q_i'(t_k) h(t_m - t_{k-1}, d_{i,node}) \quad (3.1.2)$$

Les valeurs des taux de transfert thermique q_i sont connues, et $d_{i,node}$ est la distance entre le puits i et le nœud en question. Ainsi, le calcul de la température en ces nœuds permet de reproduire les isothermes du champ de puits. La Figure 9 montre les isothermes obtenues avec le modèle NBiS⁽⁴⁾ et le Type 272.

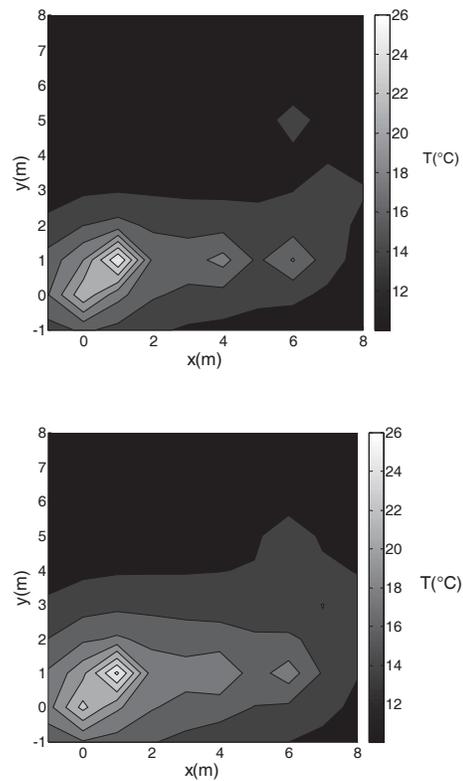


Figure 9 : Isothermes selon les modèle NBiS (haut) et Type 272 (bas)

Le profil des isothermes calculées selon les deux modèles sont fortement similaires. Dans les deux cas, les températures les plus élevées sont enregistrées dans la partie gauche du champ, qui représente le centre du stockage.

Comme discuté précédemment, les différences entre les deux modèles sont expliquées principalement par la méthode d'agrégation des charges. Or, dans le cas du calcul de la température des nœuds, cela peut contribuer à augmenter davantage la différence entre les deux



modèles. Cela permet d'expliquer que l'accord entre les deux modèles est moins bon dans les zones de faible gradient de température (en périphérie) mais reste excellent dans le centre du stockage, ce qui est la zone la plus pertinente au vu de l'application. Le maillage grossier utilisé (100 nœuds) peut également exacerber ces différences.

CONCLUSIONS

Le modèle NBiS (Network of Boreholes in Series) présenté dans cet article se pose comme une alternative aux modèles classiques tels le DST dans la modélisation de stockage géothermique avec circuits de puits en série. En cela il propose une plus grande liberté de choix à l'utilisateur notamment sur la position de ses puits et sur le nombre de circuits indépendants.

Le cheminement de cet article a permis de mettre en avant la conception de ce modèle en s'intéressant dans un premier temps au cas le plus élémentaire de 2 puits à simple tube en U disposés en série, puis en s'appuyant sur cet exemple pour généraliser au cas de n_B puits en série NBiS⁽²⁾. Enfin, la particularité du modèle NBiS⁽⁴⁾ réside dans le fait que chaque tuyau de circuit est modélisé comme un puits, il est en ce sens directement adaptable du modèle NBiS⁽²⁾. Cependant, cette méthode a l'inconvénient d'obliger l'utilisateur à négliger la présence du coulis et à supposer que les propriétés du sol s'appliquent partout dans le champ géothermique incluant entre les tuyaux.

Les trois cas particulier du modèle ont tous été validés par comparaison avec un autre modèle existant. Le cas NBiS⁽²⁾ à 2 puits a été comparé au DST, l'erreur relative sur la température était inférieure à 3% de la différence de température entrée-sortie du réseau, soit un accord relativement bon entre les deux modèles. Le cas NBiS⁽²⁾ général a été testé pour un nombre de puits $n_B = 9$ et comparé au Type 272 de Chapuis (2009), pour une erreur relative inférieure à 2%, ce qui constitue un très bon accord. Enfin, le NBiS⁽⁴⁾ a été utilisé pour calculer les isothermes d'une série de 7 puits au sein d'un stockage thermique saisonnier. La comparaison de ces isothermes entre le NBiS⁽⁴⁾ et le Type 272 montre un accord relativement bon, qui se révèle plus précis dans les zones de fort gradient de température, c'est-à-dire plutôt au centre du stockage.

Afin de permettre de simuler des stockages plus complexes, il importe de pouvoir permettre à l'utilisateur de simuler des circuits comportant plusieurs branches indépendantes opérées en parallèle, ceci permettant de réaliser efficacement une stratification de la température propice au stockage. L'adaptation du modèle pour permettre ces simulations est à l'étude.

REMERCIEMENTS

Les auteurs tiennent à remercier le réseau de recherche stratégique du CRSNG sur les bâtiments intelligents à consommation énergétique nette zéro qui a contribué financièrement à la présente étude.

NOMENCLATURE

a, a_1, a_2	Paramètres intermédiaire (W/m-K)
Cp_f	Chaleur spécifique du fluide (kJ/kg-K)
d	Distance entre les deux puits (m)
$h(t, d_{i,j})$	Facteur de réponse thermique d'influence entre les puits i et j après un temps t (m-K/W)
$H_{i,j}$	Facteur de réponse thermique d'influence entre les puits i et j entre deux pas de temps consécutifs (m-K/W)
H	Hauteur des puits (m)
\dot{m}_1, \dot{m}_2	Débit de fluide respectivement dans le circuit de charge et dans le circuit de décharge (kg/h ou kg/s)
n_b	Nombre de puits
NBiS ⁽²⁾	Network of Borehole in Series – 2 pipes in each borehole
NBiS ⁽⁴⁾	Network of Borehole in Series – 4 pipes in each borehole
q_i	Taux d'échange de chaleur du puits i avec le sol (W/m)
q_i'	Différence entre deux taux d'échange q_i pour des pas de temps consécutifs (W/m)
r_b	Rayon du puits (m)
r_i	Rayon interne du tuyau (m)
r_o	Rayon externe du tuyau (m)
R_{b_1}, R_{b_2}	Résistance thermique équivalente - circuit de charge (1) et de décharge (2) (m-K/W)
T_{b_i}	Température de paroi du puits i (°C)
t_f	Temps final de la simulation (s)



T_{fi} Température moyenne du fluide dans le puits i ,
 $T_{fi} = \frac{T_{in,i} + T_{out,i}}{2}$ (°C)

T_g Température du sol non-perturbé (°C)

$T_{in}^{(1)}, T_{in}^{(2)}$ Température d'entrée - circuit de charge (1) et
circuit de décharge (2) (°C)

$T_{in,i}, T_{out,i}$ Température d'entrée et de sortie du puits i
(°C)

t_m Temps courant de la simulation où le calcul des
températures et des charges s'effectue (s)

T_{node} Température d'un nœud du champ (°C)

Lettres grecques

$\Delta T_{i \rightarrow j}^*$ Élévation de température au puits j causée par
l'influence du puits i pour les pas de temps
antérieurs (°C)

ΔT_i^* Élévation de température au puits i causée par
l'influence des autres puits pour les pas de
temps antérieurs (°C)

$\Delta T_{i \rightarrow node}$ Élévation de température en un nœud
quelconque causée par l'influence du puits i
(°C)

Δt Pas de temps de la simulation (s)

RÉFÉRENCES

M., Abramowitz et I.A., Stegun (1964). *Handbook of Mathematical Functions. National Bureau of Standards. Applied Mathematics Series -55.*

Bernier, M., Pinel, P., Labib, R., et Paillot, R. (2004). 'A Multiple Load Aggregation Algorithm for Annual Hourly Simulations of GCHP Systems' *HVAC&R Research*, 10(4), 471-487.

Chapuis, S. (2009). *Stockage thermique saisonnier dans un champ de puits géothermiques verticaux en boucle fermée.* M.Sc.A. Thesis, École Polytechnique de Montréal, Québec, Canada.

Claesson, J. et S. Javed. (2011). 'An analytical method to calculate borehole fluid temperatures for time scales from minutes to decades'. *ASHRAE Transactions*. 117(2):279-288.

Cui P., N. Diao, C. Gao et Z. Fang. (2015). 'Thermal investigation of in-series vertical ground heat exchangers for industrial waste heat storage', *Geothermics*, 57:205-212.

Eslami-nejad, P. et M. Bernier. (2011). 'Coupling of geothermal heat pumps with thermal solar collectors using double U-tube boreholes with two independent circuits', *Applied Thermal Engineering*, 31(14-15):3066-3077.

Hellström. G. (1989). *Duct Ground Heat Storage. Manual for Computer Code.* Department of Mathematical Physics, University of Lund, Sweden.

Lamarche, L, S. Kaji et B. Beauchamp. (2010). 'A review of methods to evaluate borehole thermal resistances in geothermal heat-pump systems', *Geothermics*, 39:187-200.

Liu, X. (2005). *Development and Experimental Validation of Simulation of Hydronic Snow Melting Systems for Bridges.* Ph.D. thesis, Oklahoma State University, OK, USA.

Marcotte D. et P. Pasquier. (2014). 'Unit-response function for ground heat exchanger with parallel, series or mixed borehole arrangement', *Renewable Energy* 68 (2014) 14-24.

Sibbit, B., D. McClenahan, R. Djebbar, J. Thornton, B. Wong et J. Carriere.(2011). 'Measured and simulated performance of a high solar fraction district heating system with seasonal storage'. *ISES Solar World Congress*, 2011.

Vang Jensen (2013), 'Two approaches of seasonal heat storing: pit heat storage and borehole thermal energy storage', *1st SDH Conference-Malmö*, April 9, 2013

Veillon, F. (1972). *Quelques nouvelles méthodes pour le calcul numérique de la transformée inverse de Laplace.* Thèse de doctorat de 3e cycle, Université de Grenoble, France.

Verstraete, A. (2013). *Étude d'une communauté solaire avec stockage thermique saisonnier par puits géothermiques.* M.Sc.A. Thesis, École Polytechnique de Montréal, Québec, Canada.



ANNEXE A - Représentation mathématique de trois facteurs de réponse

Tel que mentionné dans le texte, l'usager peut choisir parmi trois facteurs de réponse thermique basés sur la source linéique infinie (SLI), la source cylindrique infinie (SCI), et la source linéique finie (SLF). Ces facteurs permettent d'évaluer analytiquement le transfert de chaleur entre un puits et le sol. La fonction h associe le facteur de réponse thermique du sol pour un temps t et une distance d . Pour les cas où l'hypothèse d'un transfert 1-D radial est valide, il est possible d'utiliser la SLI ou la SCI :

$$(SLI) \quad h(t, d) = \frac{1}{4\pi k} \int_{d^2/4\alpha t}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du \quad (A.1)$$

Où α représente la diffusivité thermique du sol. La formulation proposée par Abramovitz et Stegun (1964) est utilisée pour simplifier l'évaluation de l'intégrale de l'équation 1.5.1.

Dans le cas de la SCI, la formulation proposée par Veillon (1972) est utilisée :

$$(SCI) \quad h(t, d) = \frac{1}{2\pi r_b k} \sum_{j=1}^{10} \frac{V_j K_0(\omega_j d)}{\omega_j K_1(\omega_j r_b)} \quad (A.2)$$

Où $\omega_j = \sqrt{\frac{j \ln(2)}{\alpha t}}$ et K_0, K_1 sont des fonctions de Bessel sphériques et

$$V_j = \sum_{k=E(\frac{j-1}{2})}^{\min(j,5)} \frac{(-1)^{j-5} k^5 (2k)!}{(5-k)! (k-1)! k! (j-k)! (2k-j)!}$$

Lorsque le transfert de chaleur est bidimensionnel (radial et axial), la hauteur du puits, H , et la profondeur de la tête du puits, D , interviennent dans le calcul de h selon la SLF. Dans le modèle proposé, la formulation de Claesson et Javed (2011) est utilisée :

$$(SLF) \quad h(t, d) = \frac{1}{4\pi k} \int_{\frac{1}{\sqrt{4\alpha t}}}^{\infty} \frac{Y(sH, sD)}{Hs^2} e^{-d^2 s^2} ds \quad (A.3)$$

Avec

$$Y(u, d) = 2(ierf(u) + ierf(u + 2d)) - ierf(2u + 2d) - ierf(2d)$$

$$ierf(v) = v \cdot erf(v) - \frac{1}{\sqrt{\pi}} (1 - e^{-v^2})$$



ANNEXE B - Équations générales pour puits à 4 tuyaux

$$(E_1) \quad a_1 T_{out,1} + q_1 = a_1 T_{in}^{(1)} \quad (B.1.1)$$

$$(E_i) \quad a_1 (T_{out,i} - T_{out,i-1}) + q_i = 0 \quad (B.1.2)$$

$$(E_{2n_B+1}) \quad a_2 T_{out,2n_B+1} + q_1 = a_2 T_{in}^{(2)} \quad (B.1.3)$$

$$(E_{2n_B+i}) \quad a_2 (T_{out,2n_B+i} - T_{out,2n_B+i-1}) + q_{2n_B+i} = 0 \quad (B.1.4)$$

$$(E_{4n_B+1}) \quad -\frac{T_{out,1}}{2} + q_1 R_{b_1} + \sum_{j=1}^{2n_B} q_j H_{1,j}^{(4n_B)} = \frac{T_{in}^{(1)}}{2} - T_g - \Delta T_1^* \quad (B.1.5)$$

$$(E_{4n_B+i}) \quad -\frac{T_{out,i-1} + T_{out,i}}{2} + q_i R_{b_1} + \sum_{j=1}^{2n_B} q_j H_{i,j}^{(4n_B)} = -T_g - \Delta T_i^* \quad (B.1.6)$$

$$(E_{6n_B+1}) \quad -\frac{T_{out,1}}{2} + q_{2n_B+1} R_{b_2} + \sum_{j=1}^{2n_B} q_{2n_B+j} H_{2n_B+1,2n_B+j}^{(4n_B)} = \frac{T_{in}^{(2)}}{2} - T_g - \Delta T_{2n_B+1}^* \quad (B.1.7)$$

$$(E_{6n_B+i}) \quad -\frac{T_{out,2n_B+i-1} + T_{out,2n_B+i}}{2} + q_{2n_B+i} R_{b_2} + \sum_{j=1}^{2n_B} q_{2n_B+j} H_{2n_B+i,2n_B+j}^{(4n_B)} = -T_g - \Delta T_{2n_B+i}^* \quad (B.1.8)$$

ANNEXE C - Notation matricielle

Les matrices sont notées de la façon suivante $M = \begin{pmatrix} \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & M_{i,j} & \vdots \\ \vdots & \dots & \vdots \end{pmatrix}_{n,m}$

où n représente le nombre de lignes et m le nombre de colonnes.

Les vecteurs seront notés $Y = \begin{pmatrix} \vdots \\ Y_i \\ \vdots \end{pmatrix}_n$ où n est le nombre de lignes.

Soit $0_n = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}_{n,n}$ et $I_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}_{n,n}$ les matrices zéro et identité de taille n .